



Sabit Yörünge Uyduların Varış Yönü ile Gradyan Tabanlı Konumlandırma Gradient Descent Based Positioning via DoA of Geostationary Satellites

Berke Can TURAN¹, Mehmet Kemal ÖZDEMİR², Khaled ELGAMMAL²

¹Elektrik Elektronik Mühendisliği
Sivas Bilim ve Teknoloji
Üniversitesi
berke.turan@sivas.edu.tr

²Elektrik Elektronik
Mühendisliği İstanbul Medipol
Üniversitesi
mkozdemir@medipol.edu.tr, khaled.elgammal@std.medipol.edu.tr

Özet

Konum belirleme navigasyon görevlerinin (günlük, askeri ve endüstriyel) tamamlanmasında önemli bir rol oynamaktadır. Günümüzde konum belirleme GNSS (Global Navigation Satellite Systems) çözüm yöntemi ile yapılmaktadır. Bu çözüm yöntemi hassas zaman senkronizasyonu gerektirdiği için alt yapı ve kullanıcı ekipmanı maliyeti yüksektir. Ayrıca alt yapı ve kullanıcı ekipmanı arasındaki iletişimi gerçekleştirmek için RF (Radyo Frekansı) spektrumunda frekans tahsisi gerekmektedir. Veri aktarımı için kullanılan canlı yayın sinyallerini kullanarak konum belirleme yapmak düşük maliyetli alt yapı ve kullanıcı ekipmanı olanağı sağlayacaktır ve RF spektrumunda frekans tahsis edilmesine gerek kalmayacaktır. Bu alanda birçok farklı çalışma vardır. Bu çalışmada ise canlı yayın sinyallerinin varış yönü bilgilerini kullanarak Gradyan Azalma algoritması ile konum kestirimi yapılmıştır. Sabit yörüngeli uyduların kullanıldığı senaryo için simülasyon sonuçlarında gürültüsüz ölçümler için konumlandırma hatası yaklaşık 14 cm olarak görülmüştür. Senaryonun gerçekleştirildiği düşük çözünürlüklü ölçümlerde yapılan saha deneyleri sonuçları için konum belirleme hatası simülasyon sonuçları hatasından daha yüksek çıkmaktadır.

Abstract

Positioning plays an important role in completing navigation tasks (daily, military and industrial). Today, positioning is done via the GNSS (Global Navigation Satellite Systems) solution method. Since this solution method requires precise time synchronization, infrastructure and user equipment costs are high. It also requires frequency allocation in the RF (Radio Frequency) spectrum to make the connection between the infrastructure and user equipment. Positioning via the live broadcast signals used for data transmission will provide low-cost infrastructure and user equipment, and there will be no need for frequency allocation in the RF spectrum. There are many different studies in this field. In this study, position estimation was made by Gradient Descent Algorithm using the Direction-of-Arrival (DoA) information of satellite TV live broadcast signals. In the results of the simulation for the scenario in which fixed orbit satellites are used, the positioning error for noiseless measurements was seen as 14 cm. For the results of field experiments with low-resolution measurements in which the scenario was carried out, the positioning error is higher than the simulation results error.

1. Giriş

Bir elektronik cihazın konumlandırılması, navigasyon uygulamaları için ana görevlerden biridir. Robotik uygulamalar, İHA'ların (İnsansız Hava Aracı) otonom kontrolü örnek olarak verilebilir. Bu nedenle, konumlandırma görevi için birçok çalışma yapılmıştır.[1]-[3] En bilinen mevcut yöntem, Küresel Konumlandırma Sistemi (GPS), Avrupa'nın Galileo'su ve Rusya'nın Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema'sı (GLONASS) gibi Küresel Navigasyon Uydu Sistemleridir (GNSS). Ancak GNSS çözümü, konumlandırma görevini tamamlamak için uydunun zaman ve konum bilgilerinin son kullanıcıya iletilmesini gerektirir. Ayrıca iletim için kablosuz kaynakların tahsis edilmesi gerekir.

GNSS'nin kullanılmadığı senaryolar için, örneğin kapalı mekanlar gibi, mevcut veri aktarım sinyallerinin fiziksel özelliklerine dayalı yeni çözüm yöntemleri bulunmaktadır.[4] Bunlar; Varış Zamanı (ToA)[5], Varış Zaman Farkı (TDoA)[6], Sinyal Varış Gücü (RSS)[7], Varış Yönü (DoA), Varış Açısı (AoA) olarak listelenebilir. Trilaterasyon algoritması mesafe tabanlı olup veri aktarım sinyallerinin ToA, TDoA, RSS gibi mesafe duyarlı özneliklerini kullanır.[8] Öte yandan, üçgenleme algoritması yön tabanlı olup DoA ve AoA öznelikleri kullanmaktadır.[9]

Bu çalışmada önerilen yöntem, sabit yörünge uydularından gelen televizyon yayın sinyallerinin AoA hatasının, hata fonksiyonu girdisi olan yinelemeli Gradyan Azalma metodu ile trilaterasyon konum kestirimidir.

Bildiri şu şekilde organize edilmiştir: İkinci Bölümde, önerilen yöntemin algoritmasının temellerini netleştirmek için konum ve yükseklik açısı arasındaki ilişki açıklanmıştır. Daha sonra gerekli düzenlemeler için jeodezik koordinat sisteminden Kartezyen koordinat sistemine dönüşüm verilmiştir. Üçüncü bölümde, yinelemeli Gradyan Azalma algoritmasının ilgililenen senaryoya uygulanması anlatılmıştır. Dördüncü bölümde, simülasyon sonuçları, Monte-Carlo analizi ve bir saha testi sonucu sunulmaktadır. Beşinci bölümde, çalışmanın sonucu ve gelecekte yapılması planlanan çalışmalara yer verilmiştir.

2. Matematiksel Model

2.1. Yükseklik Açısı Hesaplamaları

Genel anlamda bir uydunun yükseklik açısı, konumdan uyduya doğru yön vektörü ile kullanıcı konumunda Dünya yüzeyine teğet olan düzlem arasındaki açıdır. Dünya yüzeyinde elipsoit olduğu varsayımından dolayı teğet düzlem norm vektörü Denklem 1’de verildiği gibi ifade edilebilir. Kullanıcı konumundan uyduya yön vektörü Denklem 2’de verildiği gibi ifade edilebilir

$$\vec{v}_p = \left\langle \frac{x_p}{r_e}, \frac{y_p}{r_e}, \frac{z_p}{r_p} \right\rangle \quad (1)$$

$$\vec{v}_n = \langle x_s - x_p, y_s - y_p, z_s - z_p \rangle \quad (2)$$

“ r_e ” (Dünyanın Ekvator Yarıçapı), ekvatorun Dünya merkezine mesafesidir, “ r_p ” (Dünya Kutup Yarıçapı), kutupların Dünya merkezine mesafesidir. “ x_s ”, “ y_s ”, “ z_s ” uydunun Kartezyen koordinatlarıdır, “ x_p ”, “ y_p ”, “ z_p ” kullanıcı konumunun Kartezyen koordinatlarıdır.

Bir uydunun kullanıcı konumundaki yükseklik açısı Kosinüs Teoremine göre Denklem 3’te verildiği gibi bulunabilir.

$$\theta = 90^\circ - \cos^{-1} \left(\frac{\vec{v}_p \cdot \vec{v}_n}{|\vec{v}_p| |\vec{v}_n|} \right) \quad (3)$$

Önerilen yöntemin algoritmasında konumlar jeodezik koordinat sistemi (enlem, boylam ve rakım) ile tanımlandığından ve verilen yükseklik açısı hesaplamaları konumların Kartezyen koordinatlarla tanımlanmasını gerektirdiğinden, Denklem 4’te verilen dönüşüm uygulanmıştır. [10]

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos\phi \cos\lambda \\ (N+h) \cos\phi \sin\lambda \\ ((1-e^2)N+h) \sin\phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

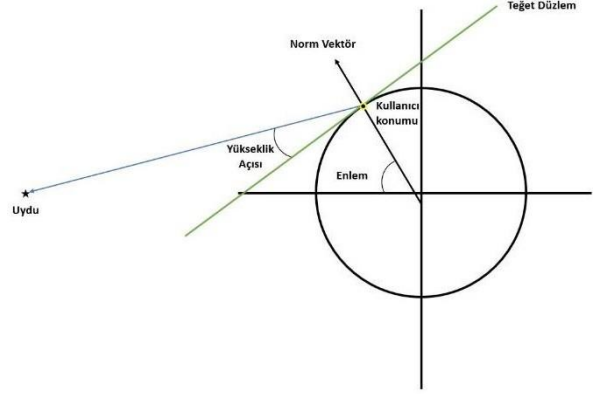
ϕ , λ ve h jeodezik koordinatlarıdır, sırasıyla enlem, boylam ve rakım. N asal düşeydeki eğriliğin yarıçapıdır ve e^2 ilk eksantrikliğin karesidir. N ve e^2 , sırasıyla Denklem 5 ve Denklem 6 ile verilmiştir.

$$N = \frac{r_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \phi}} \quad (5)$$

$$e^2 = 1 - \left(\frac{r_p}{r_e} \right)^2 \quad (6)$$

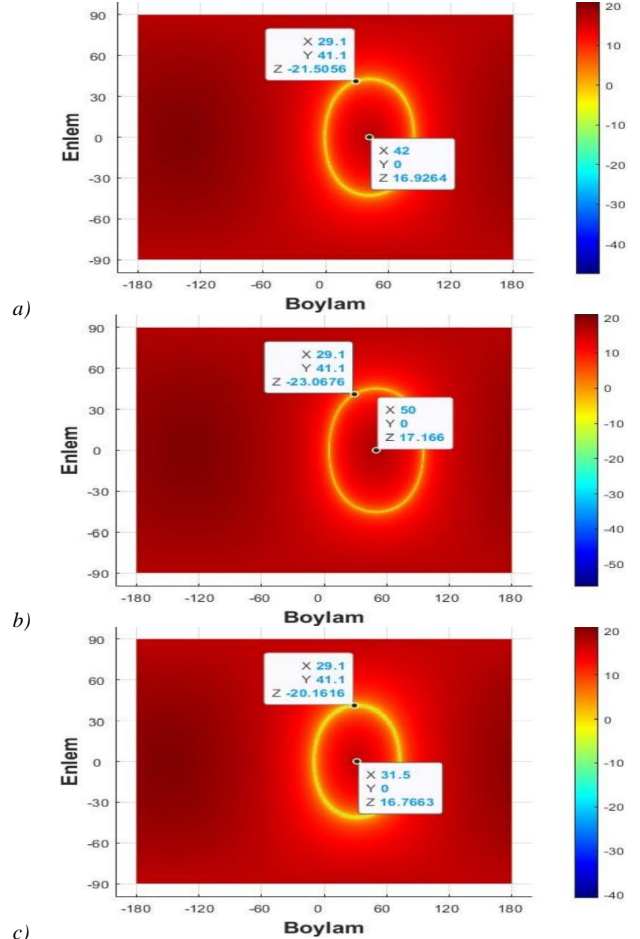
2.2. Kullanıcı Konumu ve Uydunun Yükseklik Açısı Arasındaki İlişki

Şekil 1, θ ’nın (Yükseklik Açısı) kullanıcı konumunun enlemi ile uydunun bulunduğu enlem arasındaki farkla ters orantılı olduğunu göstermektedir. Kullanıcı konumunun boylamı ile uydunun bulunduğu boylam arasındaki farkta yükseklik açısı ile ters orantılıdır. Bu nedenle, belirli bir yükseklik açısı için bir dizi olası kullanıcı konumu Dünya yüzeyinde bir daire oluşturur.



Şekil 1: Uydunun Kullanıcı Konumundan Yükseklik Açısının 2D Çizimi

Olası konumların oluşturduğu çemberin yarıçapı (r_k) bilinmeyen bir parametre olup, k indeksli uydunun için ölçülen yükseklik açısı (θ_k) ile ilişkilidir. Şekil 2’ye referansla yükseklik açısı maliyet fonksiyonu tanımlanmış, uydunun ve kullanıcının jeodezik koordinatlarının bir fonksiyonu olarak Denklem 7’deki gibi ifade edilebilir.



Şekil 2: Tablo 1 ve Tablo 2’de verilen uydunun ve kullanıcının parametreleri ile elde edilen 3 farklı uydunun Dünya yüzeyi boyunca logaritmik ölçeklendirilmiş yükseklik açısı hataları. a) TÜRKSAT 4A, b) TÜRKSAT 4B, c) ASTRA 5B

$$\epsilon_k = |\theta_k - \theta_p| = \left| \left((\phi_k - \phi_p)^2 + (\lambda_k - \lambda_p)^2 \right) - r_k^2 \right| \quad (7)$$

$$\nabla \epsilon_k = \left(\frac{\partial \epsilon_k}{\partial \phi_k}, \frac{\partial \epsilon_k}{\partial \lambda_k} \right) \quad (8)$$

Denklem 7’de k uydusu indeksidir, ϕ_k, λ_k sırasıyla k indeksli uydunun enlem ve boylam koordinatlarıdır. ϕ_p, λ_p Dünya yüzeyinde rastgele bir konumun enlem ve boylam koordinatlarıdır. θ_k , kullanıcı konumundaki k indeksli uydusu için ölçülen yükseklik açısıdır ve θ_p ise ϕ_p ve λ_p koordinatlarındaki konum için hesaplanan yükseklik açısıdır.

Gradyan endeksleri kısmi fonksiyon olarak aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial \epsilon_k}{\partial \phi_p} = \begin{cases} 2(\phi_k - \phi_p), & (\phi_k - \phi_p)^2 + (\lambda_k - \lambda_p)^2 < r_k^2 \\ -2(\phi_k - \phi_p), & (\phi_k - \phi_p)^2 + (\lambda_k - \lambda_p)^2 > r_k^2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \epsilon_k}{\partial \lambda_p} = \begin{cases} 2(\lambda_k - \lambda_p), & (\phi_k - \phi_p)^2 + (\lambda_k - \lambda_p)^2 < r_k^2 \\ -2(\lambda_k - \lambda_p), & (\phi_k - \phi_p)^2 + (\lambda_k - \lambda_p)^2 > r_k^2 \end{cases} \quad (10)$$

Gradyan, kullanıcı ve uydusu konum koordinatları ve yükseklik açısı hatası ile ilişkilidir. Yükseklik açısı hatasının gradyan ifadeleri Denklem 11 ve 12 olarak yeniden yazılabilir.

$$\frac{\partial \epsilon_k}{\partial \phi_p} = 2 \frac{\theta_k - \theta_p}{|\theta_k - \theta_p|} (\phi_k - \phi_p) \quad (11)$$

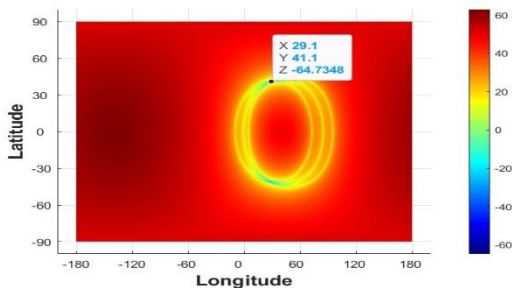
$$\frac{\partial \epsilon_k}{\partial \lambda_p} = 2 \frac{\theta_k - \theta_p}{|\theta_k - \theta_p|} (\lambda_k - \lambda_p) \quad (12)$$

Her uydunun minimum yükseklik açısı hatasına karşılık gelen dairelerin kesişim noktası bütün uyduların yükseklik açılarının hatalarının toplamının minimum olduğu noktaya karşılık gelecektir. Bu nedenle, toplam yükseklik açısı hatasının gradyan azalması, her bir yükseklik açısı hatasının gradyan azalmasına eşit olacaktır.

$$\epsilon = \sum_k \epsilon_k \quad (13)$$

$$\nabla \epsilon = \sum_k \nabla \epsilon_k \quad (14)$$

Denklem 13’te tanımlanan yükseklik açısı hatasının toplamı logaritmik ölçeklendirilmiş olarak Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 3: 3 farklı uydunun Dünya yüzeyi boyunca logaritmik ölçeklendirilmiş yükseklik açısı hataları toplamı.

3. Önerilen Yöntem

İlgilenilen senaryo için gradyan azalma yaklaşımının genel formu, Denklem 15’te verilmiştir.

$$x_{i+1} = x_i - \sum_k \gamma_{ik} \nabla \epsilon_{ik} \quad (15)$$

$x_i, \gamma_{ik}, \nabla \epsilon_{ik}$ sırasıyla mevcut durum, adım boyutu, mevcut gradyandır.

$$x_i = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\gamma_{ik} = \frac{a}{2} |\theta_k - \widehat{\theta}_{ik}| \quad (17)$$

$$\nabla \epsilon_{ik} = 2 \left(\frac{\theta_k - \widehat{\theta}_{ik}}{|\theta_k - \widehat{\theta}_{ik}|} \right) \left(\begin{bmatrix} \phi_k \\ \lambda_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} \right) \quad (18)$$

Denklem 16, 17, 18’deki terimleri Denklem 15’te yerine yazdığımızda Denklem 19’da verildiği gibi önerilen yöntemin matematiksel modeli elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \phi_{i+1} \\ \lambda_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} + a \sum_k \left(\theta_k - \widehat{\theta}_{ik} \right) \left(\begin{bmatrix} \phi_k \\ \lambda_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} \right) \quad (19)$$

$\widehat{\theta}_{ik}$, k indeksli uydusu için i ’nci yinelemede tahmini konum için hesaplanan yükseklik açısıdır. a adım boyutu faktörüdür. $\phi_{i+1}, \lambda_{i+1}$ parametreleri ise $(i + 1)$ ’inci yinelemede kestirilen kullanıcı konum parametreleridir.

Yükseklik açısı hataları toplamı belirli bir sınıram altına indiği veya belirlenen maksimum yineleme sayısına ulaşıldığı yineleme adımında elde edilen ϕ_{i+1} ve λ_{i+1} enlem ve boylam parametreleri kestirilen kullanıcı konum parametreleri olarak alınır.

4. Simülasyon ve Saha Testi

Önerilen yönteme ait algoritmanın performansı, yükseklik açısının RMS hatasının bir fonksiyonu olarak Monte-Carlo simülasyonu ile incelenmiştir (Şekil 4). Simülasyonlar Çizelge 1 içerisinde verilen uydusu konum ve yükseklik açısı parametreleri ve Çizelge 2 içerisinde verilen kullanıcı konum parametreleri ile yapılmıştır.

Saha testi mekanik taramalı çanak anten ile yapılmıştır. Yükseklik açısı, maksimum sinyal gücü ile sonuçlanan açı ile tanımlanmış ve uydunun konum parametreleri ile Çizelge 3’te not edilmiştir. Saha testi ölçüm işlemi sırasında “ASTRA 5B” uydusu ile görüş hattı elde edilemediği için “HELLAS-SAT 4” ile değiştirilmiştir. Çanak antenin ölçüm işlemi sırasındaki konum parametreleri Çizelge 4’te verilmiştir. Saha testlerinin sonucu Şekil 5’te verilmiştir.

Çizelge 1: Uydu konum parametreleri ve yükseklik açıları (Simülasyon)

| Uydu | Parametreler | | | |
|------------|--------------|--------|------------|------------|
| | Enlem | Boylam | Rakım (km) | Yük. Açısı |
| TÜRKSAT 4A | -0.02 | 42.01 | 35799.810 | 40.6972 |
| TÜRKSAT 4B | -0.03 | 50.02 | 35791.230 | 37.8860 |
| ASTRA 5B | 0.0 | 31.53 | 35785.250 | 42.4720 |

Çizelge 1’de uyduların jeodezik koordinat sistemi parametreleri ile uyduların Çizelge 2’de verilen konum için hesaplanan yükseklik açıları verilmiştir.

Çizelge 2: Kullanıcı konum parametreleri (Simülasyon)

| Kullanıcı Konumu | Parametreler | | |
|------------------|--------------|----------|------------|
| | Enlem | Boylam | Rakım (km) |
| Kullanıcı Konumu | 41.09090 | 29.09105 | 0.050 |

Çizelge 2’de kullanıcının gerçek konumunun jeodezik koordinat sistemi parametreleri verilmiştir. Çizelge 1 ve Çizelge 2 simülasyonda kullanılan parametreleri içermektedir.

Çizelge 3: Uydu konum parametreleri ve yükseklik açıları (Saha Testi)

| Uydu | Parametreler | | | |
|--------------|--------------|--------|------------|------------|
| | Enlem | Boylam | Rakım (km) | Yük. Açısı |
| TÜRKSAT 4A | 0.00 | 42 | 35786.00 | 40.930893 |
| TÜRKSAT 4B | 0.00 | 50 | 35786.00 | 38.154343 |
| HELLAS-SAT 4 | 0.00 | 39 | 35786.00 | 41.658875 |

Çizelge 3’te uyduların jeodezik koordinat sistemi parametreleri ile uyduların Çizelge 4’te verilen konum için hesaplanan yükseklik açıları verilmiştir.

Çizelge 4: Kullanıcı konum parametreleri (Saha Testi)

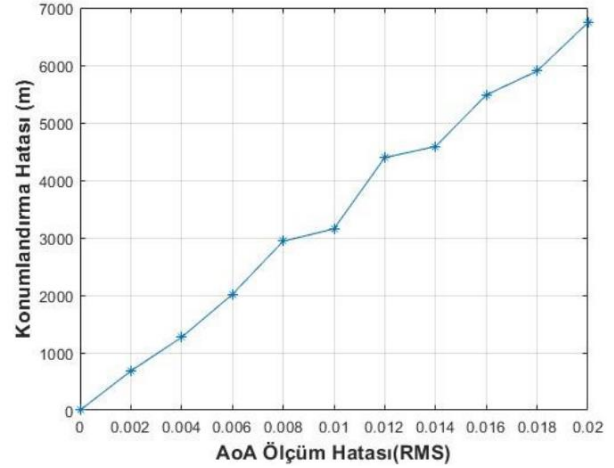
| Kullanıcı Konumu | Parametreler | | |
|------------------|--------------|---------|------------|
| | Enlem | Boylam | Rakım (km) |
| Kullanıcı Konumu | 40.9214 | 29.3138 | 0.050 |

Çizelge 4’te kullanıcının gerçek konumunun jeodezik koordinat sistemi parametreleri verilmiştir. Çizelge 3 ve Çizelge 4 saha testinde kullanılan parametreleri içermektedir.

5. Sonuçlar ve Tartışmalar

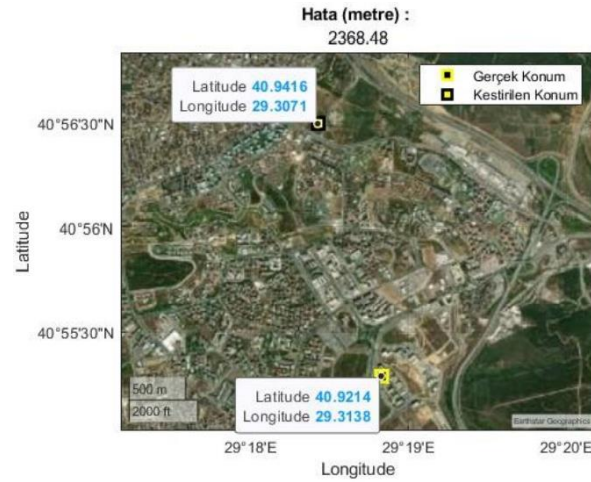
Önerilen yöntem, açık alanda konumlandırma yapan GNSS sistemlerinin uyduları gibi konumlandırma görevlerine adanmış alt yapı gerektirmemektedir. Bu sebepten ötürü farklı telekomünikasyon sinyallerinin de entegre edilebileceği bu yöntem geliştirmeye açıktır. Sabit yörünge uydularının TV yayın sinyallerinin AoA ölçümleriyle kullanıcı konumu kestirimi senaryosu için

önerilen yöntemin kullanılabilirliği kanıtlanmıştır. Önerilen yöntemin performansı Monte-Carlo simülasyonu ile analiz edilmiş, AoA ölçümlerindeki düşük RMS değerleri için önerilen yöntem için algoritmanın güvenilir konumlandırma yapabileceğini gösterilmiştir. Gürültüsüz AoA ölçümleri için konumlandırma hatası 14 santimetre olarak gözlemlenmiştir.



Şekil 4: Monte-Carlo Simülasyonu Sonuçları

Her bir uydu için ölçülen yükseklik açısının gürültü örnekleri farklı seviyeler için önerilen yöntemle etkisini göstermektedir. Verilen mesafe hatası, aynı RMS değeri ile üretilen farklı gürültü örnekleri ile önerilen yöntemle ait algoritmanın yük kere çalıştırılıp her seferinde elde edilen farklı konum kestirim hatasının ortalamasıdır.



Şekil 5: Çizelge 3’te ve Çizelge 4’te verilen gerçek veriler ile elde edilen saha testi sonucu.

Saha testi için kullanılan AoA değerleri mekanik tarama yapan bir çanak anten yardımı ile ölçüldü. AoA değeri 35-45 derece aralığı derecenin bin de biri adım büyüklükleri ile taranarak TV yayın sinyali gücünün en büyük elde edildiği açı olarak belirlendi. AoA değerleri ölçülürken uydunun konumu tam olarak kaydedilmediği için uydunun

sabit yörüngesinin genel konumu kullanılarak saha testi tamamlandı (Çizelge 4’te görüldüğü gibi). Bu durum sisteme fazladan gürültü eklenmesine neden olduğu için saha testinde elde edilen konumlandırma hatası beklenen değerden daha yüksek sonuçlandıği gözlemlendi.

6. Kaynaklar

- [1] J. Hu *vd.*, “A brief review on the positioning technologies for unmanned aerial vehicles”, içinde *2017 IEEE International Conference on Unmanned Systems (ICUS)*, Beijing, Eki. 2017, ss. 527-532. doi: 10.1109/ICUS.2017.8278402.
- [2] T. Yin, D. Zou, X. Lu, ve C. Bi, “A Multisensor Fusion-Based Cooperative Localization Scheme in Vehicle Networks”, *Electronics*, c. 11, sy 4, s. 603, Şub. 2022, doi: 10.3390/electronics11040603.
- [3] Z. Xia ve S. Tang, “Robust self-localization system based on multi-sensor information fusion in city environments”, içinde *2019 International Conference on Information Technology and Computer Application (ITCA)*, Guangzhou, China, Ara. 2019, ss. 14-18. doi: 10.1109/ITCA49981.2019.00011.
- [4] F. Gustafsson ve F. Gunnarsson, “Mobile positioning using wireless networks: possibilities and fundamental limitations based on available wireless network measurements”, *IEEE Signal Process. Mag.*, c. 22, sy 4, ss. 41-53, Tem. 2005, doi: 10.1109/MSP.2005.1458284.
- [5] N. Petukhov, A. Chugunov, V. Zamolodchikov, D. Tsaregorodtsev, ve I. Korogodin, “Synthesis and Experimental Accuracy Assessment of Kalman Filter Algorithm for UWB ToA Local Positioning System”, içinde *2021 3rd International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)*, Moscow, Russia, Mar. 2021, ss. 1-4. doi: 10.1109/REEPE51337.2021.9388007.
- [6] G. Fuxiang ve Z. Xiaoguo, “Hybrid GPS/TDOA location algorithm in non-line-of-sight environment”, içinde *Proceedings of 2012 2nd International Conference on Computer Science and Network Technology*, Changchun, China, Ara. 2012, ss. 2033-2036. doi: 10.1109/ICCSNT.2012.6526318.
- [7] N. A. M. Maung ve W. Zaw, “Comparative Study of RSS-based Indoor Positioning Techniques on Two Different Wi-Fi Frequency Bands”, içinde *2020 17th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON)*, Phuket, Thailand, Haz. 2020, ss. 185-188. doi: 10.1109/ECTI-CON49241.2020.9158211.
- [8] F. Thomas ve L. Ros, “Revisiting trilateration for robot localization”, *IEEE Trans. Robot.*, c. 21, sy 1, ss. 93-101, Şub. 2005, doi: 10.1109/TRO.2004.833793.
- [9] O. Tekdas ve V. Isler, “Sensor Placement for Triangulation-Based Localization”, *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, c. 7, sy 3, ss. 681-685, Tem. 2010, doi: 10.1109/TASE.2009.2037135.
- [10] M. Ligas ve P. Banasik, “Conversion between Cartesian and geodetic coordinates on a rotational ellipsoid by solving a system of nonlinear equations”, *Geod. Cartogr.*, c. 60, sy 2, ss. 145-159, Oca. 2011, doi: 10.2478/v10277-012-0013-x.